

FICHA EJERCICIOS J2: FUNCIONES PROPORCIONALIDAD INVERSA 2ºESO

Funciones directamente proporcionales  $y = \frac{a}{x-b} + d$

Los tres parámetros que tiene la función indican:

- $a$ : cuánto de curva es la función.
- $x = b$  será la asíntota vertical.
- $y = d$  será la asíntota horizontal.

Podemos calcular también los puntos de corte, sin más que hacer:

- Con el eje  $x$ :  $y = 0$
- Con el eje  $y$ :  $x = 0$

Ejemplo: dibuja, indicando sus características, la función:

$$y = \frac{2}{x-3} - 4$$

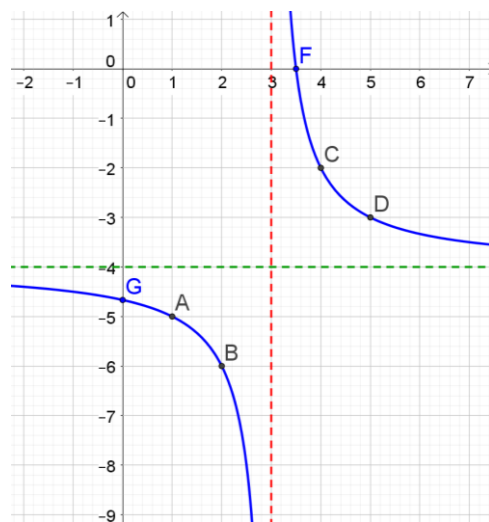
**Solución:**

Vemos que las asíntotas son:

$AV: x = 3$        $AH: y = -4$

Las dibujamos, y calculamos un par de puntos a cada lado de la asíntota vertical:

$x$	$y$	Punto
1	$\frac{2}{1-3} - 4 = -1 - 4 = -5$	$A(1, -5)$
2	$\frac{2}{2-3} - 4 = -2 - 4 = -6$	$B(2, -6)$
4	$\frac{2}{4-3} - 4 = 2 - 4 = -2$	$C(4, -2)$
5	$\frac{2}{5-3} - 4 = 1 - 4 = -3$	$D(5, -3)$



Puntos de corte:

- Eje  $x$ :  $y = 0$

$$0 = \frac{2}{x-3} - 4 \Rightarrow \frac{2}{x-3} = 4$$

$$2 = 4x - 12 \Rightarrow 4x = 14 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$$

$$E\left(\frac{7}{2}, 0\right)$$

- Eje  $y$ :  $x = 0$

$$y = \frac{2}{0-3} - 4 = -\frac{2}{3} - 4 = -\frac{14}{3}$$

$$F\left(0, -\frac{14}{3}\right)$$

1. Dibuja las siguientes hipérbolas (funciones de proporcionalidad inversa).

Indica en cada una sus asíntotas y puntos de corte.

a)  $y = \frac{1}{x}$

b)  $y = \frac{-1}{x}$

c)  $y = \frac{1}{x} + 2$

d)  $y = \frac{2}{x}$

e)  $x = \frac{2}{x} - 2$

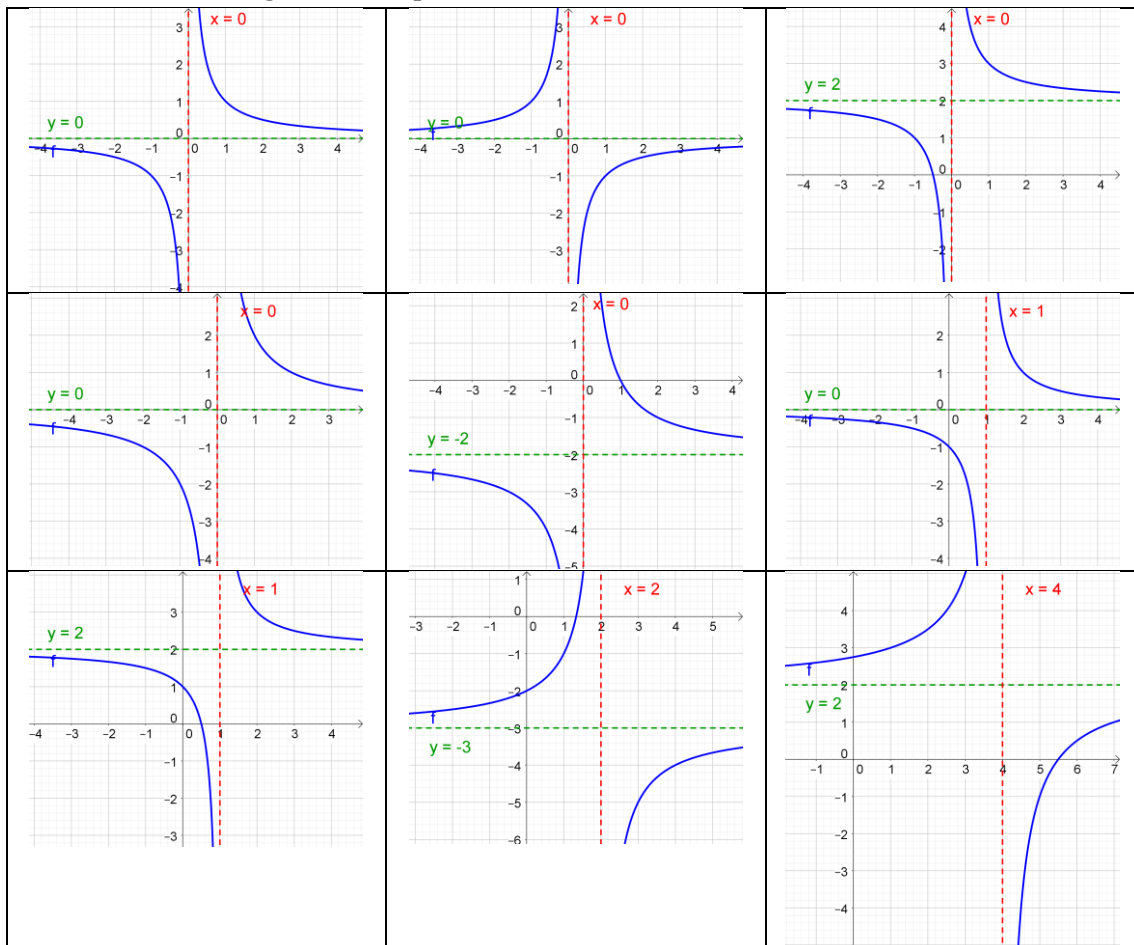
f)  $y = \frac{1}{x - 1}$

g)  $y = \frac{1}{x - 1} + 2$

h)  $y = \frac{-2}{x + 2} - 3$

i)  $y = \frac{-3}{x + 4} + 2$

2. Identifica las siguientes hipérbolas, indicando las asíntotas:



3. Queremos hacer un regalo de 6€ al profesor, y obviamente será más barato cuanto más gente seamos.
- Calcula una tabla en los que la variable  $x$  (número de alumnos) valga 1, 2, 3, 6, 12 y 60.
  - ¿Qué va ocurriendo según somos más para el regalo? ¿Y según somos menos?
  - Determina la asíntota horizontal en este ejercicio (a qué tiende lo que ponemos cada uno cuando somos muchos), y la vertical (cuántos debemos ser para que el precio tienda a infinito)
  - Calcula la función que se ajusta a este problema.

$x$	$y$	

4. En unas unidades inventadas, podemos decir que la energía con la que un planeta atrae a un objeto viene dada por:

$$y = \frac{3600}{x}$$

Donde  $x$  es la distancia al centro del planeta, e  $y$  la energía.

- Calcula la energía que tendrá el objeto cuando está a 36km, a 18, a 6, a 3 y a 1km.
- ¿Qué pasa según se acerca al centro del planeta? ¿Qué pasa según se aleja?
- Determina la asíntota horizontal y vertical.

$x$	$y$	

Soluciones:

Ejercicio 1: son las funciones del ejercicio 2			
Ejercicio 2: son las funciones del ejercicio 1			
Solución al 3			
$x$	$y$	Cuanta más gente, menos pagamos, y cuanto menos gente, más pagamos (proporcionalidad inversa)	AH: $y = 0$ Si somos "infinitos", pagamos 0 AV: $x = 0$
1	6		
2	3		
3	2		
6	1		
12	0.5		
60	0.1		
Solución al 4			
100, 200, 600, 1200, 3600		Cuanto menos distancia mayor energía, y cuanto más se aleja mayor energía.	AH: $y = 0$ AV: $x = 0$
<small>Este ejercicio es básicamente la modelización de un agujero negro. La energía viene dada por <math>E_p = G \frac{Mm}{r}</math>, y la fuerza de atracción por <math>F = G \frac{Mm}{r^2}</math>, donde <math>M</math> es la masa del planeta (en este caso la Tierra, <math>5.9 \cdot 10^{24} kg</math>), <math>m</math> la masa del objeto (por ejemplo, tú), <math>r</math> la distancia al objeto, y <math>G</math> la constante de gravitación de Newton (Cavendish), <math>G = 6.67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2</math></small>			