

FICHA EJERCICIOS E: Operaciones con potencias y raíces 2ºESO

Operaciones combinadas con potencias y raíces: la teoría

Basta con seguir algunas reglas básicas. La primera y más importante es que, hasta que no hagas los paréntesis, no puedes hacer la raíz o elevar al cuadrado:

$$(3 + 5)^2 \neq 3^2 + 5^2 \quad \sqrt{16 + 9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$$

$$(3 + 5)^2 = 8^2 = 64 \quad \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

En general, cuando se tiene una raíz sin más, se sobreentiende que se pregunta por la raíz como **concepto**, es decir, qué números al elevarlos al cuadrado dan como resultado dicho valor. Por tanto, hay que indicar, en las raíces pares positivas, las dos soluciones:

$$\sqrt{4} = \pm 2 \quad \sqrt[4]{81} = \pm 3$$

Cuando la raíz está en una operación, se toma el signo que lleve dicha raíz, y no es necesario escribir ambas soluciones (aunque la operación sea tan trivial como multiplicar por 1 o como sumar cero):

$$2 - \sqrt{9} = 2 - 3 = -1 \quad \sqrt{16} + 0 = 4 + 0 = 4$$

El número de soluciones de las raíces depende del índice y del radicando:

Índice par	Radicando positivo	Dos soluciones	$\sqrt{1} = \pm 1$ $\sqrt[4]{10000} = \pm 10$
	Radicando cero	Una solución (cero)	$\sqrt[3]{0} = 0$
	Radicando negativo	No hay solución en los reales.	$\sqrt{-9} \nexists$
Índice impar	Siempre hay una solución		$\sqrt[3]{-8} = -2$ $\sqrt[3]{27} = 3$

Extracción de factores de una raíz:

	Ejemplo 1	Ejemplo 2	Ejemplo 3	Ejemplo 4
Paso 1: descomponer el radicando en factores primos, si se puede.	$\sqrt{32} = \sqrt{2^5}$	$\sqrt{54} = \sqrt{3^3 \cdot 2}$	$\sqrt[5]{64} = \sqrt[5]{2^6}$	$\sqrt[3]{a^2 \cdot b^3 \cdot c^4}$
Paso 2: extraer factores. Si la raíz es cuadrada, cada 2 factores sale uno fuera, si es cúbica cada tres, etc.	$\sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}$	$3\sqrt{3 \cdot 2}$	$\sqrt[5]{2^6} = 2 \cdot \sqrt[5]{2}$	$b \cdot c \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot c}$
Simplificar	$4\sqrt{2}$	$3\sqrt{6}$	$2\sqrt[5]{2}$	$bc\sqrt[3]{a^2c}$

1. Calcula

$a) 3 - \frac{2}{3} \cdot \left(2 - \frac{3}{4}\right)^2 - \sqrt{9 - 4 + 20}$
$b) \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left[2 - \left(1 - \frac{2}{3}\right)^2\right] - \sqrt{2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 - \frac{4}{25}}$
$c) \sqrt{1 - \frac{3}{4}} \cdot \sqrt{1 + \frac{11}{25} \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right)^2} - 1$

2. Indica, en cada caso, el índice, radicando, radical y número de soluciones:

	Índice	Radicando	Radical	Nº soluciones
$\sqrt[3]{16}$				
$\sqrt[3]{-16}$				
$\sqrt[4]{0}$				
$\sqrt{5}$				
$\sqrt{-7}$				
$\sqrt[4]{123}$				
$\sqrt[4]{-123}$				
$\sqrt[30]{0}$				
$\sqrt[30]{-30}$				

3. Calcula las siguientes operaciones y conceptos (trata de pensarlo, no uses calculadora):

a) $\sqrt{9}$		b) $\sqrt{81}$		c) $\sqrt{-4}$	
d) $1 - \sqrt{1}$		e) $\sqrt[3]{-8}$		f) $\sqrt[3]{64}$	
g) $\sqrt[3]{0}$		h) $-2 - \sqrt{-8}$		i) $3\sqrt{25}$	
j) $1 - \sqrt[4]{-16}$		k) $3\sqrt[3]{-125}$		l) $2 - 2\sqrt{100}$	

4. Extrae factores de los siguientes radicales

a) $\sqrt{128}$		b) $\sqrt{162}$	
c) $\sqrt[3]{16}$		d) $\sqrt[3]{54}$	
e) $\sqrt[4]{32}$		f) $\sqrt[4]{15625}$	

5. Introduce los números dentro de los radicales

a) $3\sqrt{5}$		b) $2\sqrt{7}$	
c) $2\sqrt[3]{5}$		d) $3\sqrt[3]{7}$	
e) $6\sqrt[4]{2}$		f) $2\sqrt[5]{3}$	

6. Opera simplificando todo lo que puedas:

a) $\sqrt{40} + \sqrt{90}$	b) $2\sqrt{32} - \sqrt{8}$
c) $\sqrt[3]{4} + \sqrt[6]{16}$	d) $\sqrt{45} - \sqrt{125} - \sqrt{20}$
e) $\sqrt{75} - \sqrt{147} + \sqrt{675} - \sqrt{12}$	f) $\sqrt{175} + \sqrt{63} - 2\sqrt{28}$

$g) \sqrt{8} + 2\sqrt{32} - \sqrt{18}$	$h) \sqrt{50} - 2\sqrt{18} + \sqrt{20}$
$i) \sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{12}$	

Soluciones ejercicio 1:

$-\frac{73}{24}$	$\frac{31}{135}$	$-\frac{14}{15}$
------------------	------------------	------------------

Soluciones de los ejercicios 4, 5 y 6:

$-\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{12}$	$9\sqrt{2}$	$\sqrt{2592}$	$\sqrt{45}$	$7\sqrt{2}$	$6\sqrt{2}$	$\sqrt{28}$
$3\sqrt[3]{2}$	$\sqrt{189}$	$\sqrt{40}$	$8\sqrt{2}$	$-\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$	$2\sqrt[3]{4}$	$2\sqrt[4]{2}$
$5\sqrt{10}$	$4\sqrt{7}$	$11\sqrt{3}$	$5\sqrt{5}$	$-4\sqrt{5}$	$2\sqrt[3]{2}$	$\sqrt{96}$