

### Ficha H. Fracciones algebraicas S3

Suma/Resta	
	$\frac{1}{2x^2 - 2x} + \frac{2x + 1}{x^2 - 1} - \frac{x + 1}{x^2}$
Paso 1: factorizar denominadores	$\frac{1}{2x(x - 1)} + \frac{2x + 1}{(x + 1)(x - 1)} - \frac{x + 1}{x^2}$
Paso 2: hacer el mcm	$\frac{x(x + 1)}{2x^2(x + 1)(x - 1)} + \frac{2x^2(2x + 1)}{2x^2(x + 1)(x - 1)} - \frac{2(x + 1)^2(x - 1)}{2x^2(x + 1)(x - 1)}$
Paso 3: sumar/restar fracciones y operar	$\frac{x(x + 1) + 2x^2(2x + 1) - 2(x^2 + 2x + 1)(x - 1)}{2x^2(x + 1)(x - 1)} =$ $\frac{x^2 + x + 4x^3 + 2x^2 - 2(x^3 - x^2 + 2x^2 - 2x + x - 1)}{2x^2(x + 1)(x - 1)} =$ $\frac{x + 4x^3 + 3x^2 - 2x^3 + 2x^2 - 4x^2 + 4x - 2x + 2}{2x^2(x + 1)(x - 1)}$ $= \frac{2x^3 + x^2 + 3x + 2}{2x^2(x + 1)(x - 1)}$
Paso 4: usar el teorema del resto para intentar simplificar	Según los denominadores, comprobar si el numerador es divisible entre $x = 0$ , $x = 1$ y $x = -1$ . Como no lo es, hemos acabado: $= \frac{2x^3 + x^2 + 3x + 2}{2x^2(x + 1)(x - 1)}$
Producto	
	$\frac{x + 1}{2x^2 - 2x} \cdot \frac{4x}{x^2 - 1}$
Paso 1: factorizar	$\frac{x + 1}{2x(x - 1)} \cdot \frac{4x}{(x + 1)(x - 1)}$
Paso 2: sin operar, juntar las fracciones	$\frac{(x + 1) \cdot 4x}{2x(x - 1)^2(x + 1)}$
Paso 3: simplificar	$\frac{2}{(x - 1)^2}$
División	
	$\frac{x + 1}{2x^2 - 2x} \div \frac{x^2 - 1}{4x}$
Paso 0: dar "la vuelta" al divisor, y cambiar a multiplicación	$\frac{x + 1}{2x^2 - 2x} \cdot \frac{4x}{x^2 - 1}$
Paso 1: factorizar	$\frac{x + 1}{2x(x - 1)} \cdot \frac{4x}{(x + 1)(x - 1)}$
Paso 2: sin operar, juntar las fracciones	$\frac{(x + 1) \cdot 4x}{2x(x - 1)^2(x + 1)}$
Paso 3: simplificar	$\frac{2}{(x - 1)^2}$

**Ejercicios**

1. Efectúa las siguientes operaciones:

$a) \left( \frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1} \right) : \left( 1 + \frac{1}{x^2-1} \right)$	$b) \frac{1}{x} + \frac{x}{x^2-1} - \frac{2x-1}{x^3-x}$
$c) \left[ \left( x + \frac{1}{x} \right) : \left( x - \frac{1}{x} \right) \right] (x-1)$	$d) \frac{x}{2} : \left( \frac{1}{x} : \frac{1}{x-1} \right)$
$e) \left( 1 - \frac{1}{x} \right) \left( \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} \right)$	$f) \frac{x+1}{x^2-x-2} + \frac{-x-1}{x-2}$

$g) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2 - 1} \right) \left( \frac{x+1}{2} : \frac{x}{x-1} \right)$	$h) \frac{x^3 - x^2}{x^2 + 6x + 9} \cdot \frac{2x + 6}{x^2 - 1}$
$i) \frac{x^2 - 1}{x^3 + x^2 - 2x} \cdot \frac{x^3 - 4x}{x + 1}$	$j) \frac{2x - 6}{x + 3} : \frac{2x + 6}{x^2 - 1}$
$k) \left( \frac{3x}{(x-2)^2} - \frac{3}{x-2} \right) : \frac{1}{x-2}$	$l) \left( \frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^2 - 1} \right) : \frac{x}{x+1}$

$m) \left( \frac{4x}{(x-1)^2} - \frac{4}{x^2-1} \right) : \frac{x}{x^2-1}$	$n) \frac{3a+3}{12-12a} : \frac{(a+1)^2}{a^2-1}$
$\tilde{n}) \left( \frac{x}{x+1} - \frac{x}{1-x} \right) : \left( x - \frac{2x^2+3}{5x} \right)$	$o) \left( 1 + \frac{a}{b} \right) : \frac{a^2-b^2}{ab-b^2}$
$p) \frac{y^2-x^2}{x^2+xy} \cdot \frac{3x}{x-y}$	$q) \frac{x^2-4x+4}{x^3-4x} + \frac{x-2}{x^2+2x}$

$r) \frac{4-x^2}{4x} \cdot \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2} \right)$	$s) \frac{x+3}{x^2+x-2} - \frac{2x-1}{x^2+3x+2}$
$t) \frac{2}{x^2-x} + \frac{3x}{x^2} - \frac{2x+1}{x^2-1}$	$u) \frac{2x^2+x-3}{x^2} \cdot \frac{x^2+x}{2x^2-x-6}$
$v) \frac{x+1}{x^2} \cdot \frac{x^2+3x}{x^2-1}$	$w) \frac{2x+4}{(x+2)^2} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$

$$x) \frac{(x+1)^2 \cdot x^2}{x^2 + 2x + 1} : \frac{x^3 - x}{(x-1)^2}$$

Soluciones:

$-\frac{x}{x-2}$	$\frac{(x-3)^2}{x+4}$	$\frac{x^2+1}{x+1}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{4}$
-3	$-\frac{1}{x}$	$\frac{2}{x-2}$	1	$\frac{-x^2+7x+2}{(x+1)(x-1)(x+2)}$
$\frac{2x^2}{(x+3)(x+1)}$	$\frac{x+3}{x(x-1)}$	$\frac{x^2+x-1}{2x^2}$	$\frac{1}{x}$	$\frac{4(x+1)}{x(x-1)}$
$\frac{6}{x-2}$	$\frac{x(x-1)}{x+1}$	2	$\frac{x^2+x-1}{x(x^2-1)}$	$\frac{10x^3}{3(x^2-1)^2}$
$\frac{x^2-1}{x(x-2)}$	$\frac{2}{x+1}$	$\frac{2(x-2)}{x(x+2)}$	$\frac{x^2}{2(x-1)}$	$x-2$