

FICHA EJERCICIOS F: PROPORCIONALIDAD 2ºESO

Repartos directamente proporcionales

Queremos repartir 3400€ entre tres amigos que han jugado a la quiniela. El primero ha puesto 2€, el segundo 5€ y el tercero 10€. ¿Cuánto le toca a cada uno?

Solución:

Calculamos la constante de proporcionalidad k

$$k = \frac{\text{Premio}}{a + b + c + \dots} = \frac{3400}{17} = 200$$

Multiplicamos k por cada una de las cantidades:

$$A: 2k = 400€, \quad B: 5k = 1000€, \quad C: 10k = 2000€$$

Comprobamos:

i) La suma da 3400€, como debe ser.

C se lleva el doble que B (ha puesto el doble), A menos de la mitad de B (ha puesto menos de la mitad), etc.

Repartos inversamente proporcionales

Queremos repartir 1600€ inversamente entre tres amigos por un trabajo sabiendo que el primero ha faltado 2 días al trabajo, el segundo ha faltado 5 días y el tercero 10. ¿Cuánto recibe a cada uno?

Solución:

Calculamos la constante de proporcionalidad correspondiente **al inverso** de las cantidades, k

$$k = \frac{\text{Premio}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots} = \frac{1600}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}} = \frac{1600}{\frac{8}{10}} = \frac{16000}{8} = 2000€$$

Multiplicamos k por cada una de las cantidades:

$$A: \frac{1}{2}k = 1000€, \quad B: \frac{1}{5}k = 400€, \quad C: \frac{1}{10}k = 200€$$

Comprobamos:

i) La suma da 1600€, como debe ser.

ii) B se lleva el doble que C (ha puesto la mitad), A más de la mitad de B (ha faltado menos de la mitad), etc.

Proporcionalidad compuesta

Quando intervienen varias magnitudes, hacemos una regla de tres compuesta. Para ello:

- Se colocan las cantidades como una regla de tres, con la columna de la incógnita a la derecha.
- Se compara cada columna con la columna de la incógnita para saber si es directa o inversamente proporcional.
- Se plantea una ecuación como se indica en el ejemplo, dando la vuelta a las fracciones en caso de ser inversa, y dejándolas como están en el caso de ser directa.

Ejemplo. Tenemos un prado con 30 vacas, que pueden sobrevivir 10 días usando 20 kilos de pienso. ¿Cuánto sobrevivirán 25 vacas, utilizando 40kg de pienso?

Solución

Colocamos las cantidades, con la columna de x a la derecha:

$$\begin{array}{r} 30 \text{ vacas} - 20\text{kg} - 10 \text{ días} \\ 25 \text{ vacas} - 40\text{kg} - x \text{ días} \end{array}$$

Comparamos.

- Cuantas más vacas, con el mismo pienso, menos días: inversa.
- Cuanto más pienso, con el mismo número de vacas, más días, directa

Planteamos la ecuación, colocando un igual en la columna de la x y dando la vuelta a las inversas:

$$\frac{25}{30} \cdot \frac{20}{40} = \frac{10}{x}$$

Operamos:

$$\frac{25}{60} = \frac{10}{x} \Rightarrow 25x = 600 \Rightarrow \boxed{x = 24 \text{ días}}$$

Aumentos proporcionales

Para calcular el aumento o disminución porcentual se utiliza la expresión:

$$P_f = k \cdot P_i$$

Donde P_f es el precio final, P_i el precio inicial, y k el índice de variación, que se calcula como:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Aumento porcentual} & k = 1 + \frac{\%}{100} \\ \text{Disminución porcentual} & k = 1 - \frac{\%}{100} \end{array} \right.$$

Si vamos a calcular varias subidas y bajadas consecutivas, podemos calcular cada uno de los índices de variación por separado y multiplicarlos:

$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot \dots$$

Ejemplo 1. Calcula el precio final de un objeto de 1000€ con un aumento del 20%

Solución:

$$k = 1 + \frac{20}{100} = 1.2, \quad P_f = 1000 \cdot 1.2 = 1200\text{€}$$

Ejemplo 2. Calcula el precio inicial de un objeto de 1000€ con un descuento del 20%

Solución:

$$k = 1 - \frac{20}{100} = 0.8, \quad 1000 = P_i \cdot 0.8$$

Despejando:

$$P_i = \frac{1000}{0.8} = \frac{10000}{8} = 1250\text{€}$$

Ejemplo 3. Calcula el precio final de un objeto al que se le aplica una subida del 20%, un descuento del 10% y otro incremento del 5%, si inicialmente costaba 1000€.

Solución:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = 1 + \frac{20}{100} = 1.2 \\ k_2 = 1 - \frac{10}{100} = 0.9 \\ k_3 = 1 + \frac{5}{100} = 1.05 \end{array} \right. \Rightarrow k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = 1.134, \quad P_f = 1000 \cdot 1.134 = 1134\text{€}$$

1. Diez alumnos hacen un mural en 30 días. ¿Cuánto tardarán 15 alumnos?

2. Veinte vacas se alimentan con 300kg de pienso. ¿Cuánto pienso será necesario para alimentar 30 vacas?

3. Diez hormigas reparan una cueva de 10cm² en tres días. ¿Cuánto tardarían 20 hormigas en reparar una cueva de 15cm²?

4. Veinte soldados aniquilan una población de 50 zombies luchando 6 horas al día durante dos días con 300 balas. ¿Cuántos soldados harían falta para acabar con 350 zombies luchando 4 horas al día, durante tres días, con 500 balas?

5. Se reparten 9000€ entre tres hermanos proporcionalmente a sus edades, de 10, 15 y 20 años. ¿Cuánto le toca a cada uno?

6. Ana pone 4€ para una quiniela, Berto 6 y Marco 10. Si toca un premio de 2000€, ¿cuánto le toca a cada uno?

7. Se reparten 7000€ inversamente proporcional a las edades de tres hermanos. Si las edades son 2, 4 y 8 años, ¿cuánto le toca a cada uno?

8. Un iPad de 600€ tiene una rebaja del 15%. ¿Cuál es el precio final?

9. Un iPad ha costado 600€ con una rebaja del 20%. ¿Cuál era el precio inicial?

10. Un iPad cuesta 600€, tiene una rebaja del 15% y un impuesto del 15%. ¿Cuál es el precio final?

11. Un iPad ha costado 600€, con una rebaja del 20% y un impuesto del 20%. ¿Cuál era el precio inicial?

Soluciones (ordenadas):

1: 20 días	2: 450kg	3: 2.25 días (2d6h)	4: 84 soldados
5: 2000, 3000 y 4000€	6: 400, 600 y 1000€	7: 4000, 2000 y 1000€	8: 510€
9: 750€	10: 586.5€	11: 625€	

Proporcionalidad. Porcentajes inversos

1. Hemos comprado un ordenador que ha costado 900€. Sabiendo que el IVA es el 20% (en realidad es el 21, pero con 20 es más sencillo), ¿cuánto costaba el ordenador al principio?

2. Hemos comprado un pijama que nos ha costado 60€, habiendo dado previamente un cupón de descuento del 15%. ¿Cuánto costaba el pijama antes de la rebaja?

3. Hemos sacado un 8.1 en un trabajo, pero teníamos una penalización del 10% por hablar demasiado alto en los trabajos de clase. ¿Qué nota teníamos al principio antes de aplicar el penalizador?

4. Hemos sacado un 8 en un trabajo, gracias a un modificador del 10% positivo (una subida del 10%), por haber trabajado a un volumen de voz razonable durante el trabajo en grupo. ¿Qué nota habíamos sacado sin ese modificador?

5. En unas segundas rebajas hemos comprado un pantalón por 30€. El pantalón estaba rebajado al 75%. ¿Cuánto habría costado sin rebajas?

6. Hemos pagado por una multa 150€, gracias a que teníamos un 40% de descuento por haberla pagado pronto. ¿Cuánto habríamos pagado de no ser por ese descuento?

7. (Sólo para los que sepan hacer índice de variación) Hemos pagado 2000€ por un ordenador, gracias a un descuento de un 30%, y pese al IVA del 20%. ¿Cuánto costaba inicialmente antes de aplicar el descuento y la subida de IVA?

8. (Sólo para los que sepan hacer índice de variación) Hemos pagado 300€ por todas las temporadas de una serie en Blu Ray. Afortunadamente teníamos diez vales de descuento de un 10% cada uno, y nos han aceptado los 10. Además, por estar en rebajas, teníamos otro 5% de descuento. Si el IVA es del 20%, ¿sabrías (usando la calculadora científica), calcular cuánto costaba la serie antes de los descuentos y la subida de IVA?

Soluciones:

750	80	9	7.27	120	250	2381	754.73
-----	----	---	------	-----	-----	------	--------