

Interés bancario

Vamos a hacer una “práctica” con Excel y los dos tipos de interés bancario. Sin embargo, vamos a dar un giro utilizando el concepto de **periodo de capitalización**.

Cuando se ingresa dinero en un banco, este nos da un interés pasado un cierto tiempo. En el interés compuesto, además, estos intereses generan nuevos intereses (no es así en el interés simple, que no se acumula).

Sin embargo, imagina la siguiente situación. En el banco de Ana le dan intereses cuando pasa un año, mientras que en el de Bea lo hacen cada mes. De esta forma, si ambas meten por ejemplo 1000€ el 1 de enero, Ana recibirá los intereses correspondientes a esos 1000€ el 31 de Diciembre, y a partir del año siguiente estos intereses generarán nuevos intereses. Sin embargo, Bea recibirá el interés correspondiente de los 1000€ el 31 de Enero, y desde el 1 de Febrero estos intereses empiezan a generar nuevos intereses.

Por supuesto, o al menos aparentemente, vemos que merece más la pena el banco de Bea. Además, también aparentemente, merece más la pena cuanto menor sea este periodo de capitalización, pues cuanto antes reciba intereses, antes producirán nuevos intereses.

Ahora, vamos a estudiar todo esto con números.

Parte 1. Calentando con Excel. Interés simple

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|---|---|------|----------------|-------------------|-----|--------|-----|--------|-----|------|--------|---------|-------|------------|
| Abre un nuevo archivo de Excel. Vamos a intentar crear estos títulos: | | | | | | | | | | | | | | | |
| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O |
| 1 | | | | Interés simple | Interés compuesto | | | | | | | | | | |
| 2 | | | Años | Interés | Final | Año | 6Meses | Mes | Semana | Día | Hora | Minuto | Segundo | Final | Diferencia |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Para ello, en la casilla C1 escribe “Años”. Píntala de gris (por ejemplo), y combínala con las casillas C2 y C3. | | | | | | | | | | | | | | | |
| En la casilla D1 escribe “Interés simple”, y combínala con la casilla E1. En la casilla D2 escribe “Interés”, y combínala con la casilla D3. En la casilla E2 escribe “Final” y combínala con la casilla E3. Pinta todas ellas, por ejemplo, de naranja. | | | | | | | | | | | | | | | |
| En la casilla F1 escribe “Interés compuesto. Combínala con las casillas desde la F1 hasta la N1. | | | | | | | | | | | | | | | |
| En la casilla F2 escribe “Interés”, y combínala con las casillas desde la F2 hasta la M2. | | | | | | | | | | | | | | | |
| Escribe en F3, G3, etc lo que viene en el dibujo de arriba (años, 6meses...) | | | | | | | | | | | | | | | |
| Escribe “Final” en la casilla N2, y combínala con la N3. | | | | | | | | | | | | | | | |
| Por último, escribe “Diferencia” en O1, combínala con O2 y O3, y píntala por ejemplo de gris. | | | | | | | | | | | | | | | |

Sigamos con la colocación de los años:

Escribe en C4 (la columna de años), un 1. En C5 un 2. Ahora, selecciona ambas casillas, y arrastra hacia abajo el número de años que consideres. Con 10 años será suficiente, pero como si pones 1000 años.

Vamos a crear ahora unas cajas para colocar el rédito y el capital inicial.

En la casilla A4 escribe “Rédito”, y en A5 escribe 0.06 (un 6%). Selecciona la casilla A5 y ponle el formato porcentaje (basta con darle al botón de porcentaje que tienes arriba)

En la casilla A7 escribe “Capital”, y en la de abajo, por ejemplo, pon 1000. Puedes usar el formato de número para que lo ponga en € o en dólares. Nosotros lo haremos, por hacer la gracia, en libras, pero no es necesario.

Pinta estas casillas y recuádralas para que queden bien visibles:

| | A | B | C | D |
|----|-----------|---|------|-------|
| 1 | | | | Inter |
| 2 | | | Años | Inte: |
| 3 | | | | |
| 4 | Rédito | | 1 | |
| 5 | 6% | | 2 | |
| 6 | | | 3 | |
| 7 | Capital: | | 4 | |
| 8 | £1.000,00 | | 5 | |
| 9 | | | 6 | |
| 10 | | | 7 | |

Nota: el gris es un color que tradicionalmente en informática significa un campo que no debe modificarse. Por eso hemos pintado la columna “Años” de gris, así como los títulos, pero no el número del rédito o del capital, ya que estos los cambiaremos más tarde según nos interese.

Ya tenemos la plantilla hecha. Ahora tocan las matemáticas.

En la casilla D4 (interés simple), tendremos que calcular el interés producido por el capital según la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

En nuestro caso no tenemos números, sino solo casillas. Así que la fórmula a escribir en esta casilla es:

$$= A8 * A5 * C4$$

Fíjate que no hace falta la división entre 100, porque la casilla del rédito, aunque muestre 6%, tiene como valor real 0.06.

Ahora llega una de las cosas más útiles que cualquier usuario tiene que aprender de Excel. Los símbolos de dólar \$.
 Selecciona la casilla D4, y arrastra la fórmula hacia abajo para todos los años. ¿Qué acaba de ocurrir?

| | A | B | C | D | E |
|----|-----------|---|------|----------------|-------|
| 1 | | | | Interés simple | |
| 2 | | | Años | | |
| 3 | | | | Interés | Final |
| 4 | Rédito | | 1 | £ 60.00 | |
| 5 | 6% | | 2 | £ - | |
| 6 | | | 3 | ##### | |
| 7 | Capital: | | 4 | £ - | |
| 8 | £1.000,00 | | 5 | £ - | |
| 9 | | | 6 | £ - | |
| 10 | | | 7 | £ - | |
| 11 | | | 8 | £ - | |

Selecciona una casilla cualquiera. Fíjate que Excel ha entendido que, al ir hacia abajo, quieres repetir la fórmula desplazando las casillas todas ellas hacia abajo, incluida la del rédito y la del capital. Pero solo queremos que se desplace hacia abajo la de los años, las demás queremos que sean **casillas fijas**. Para eso se usan los símbolos de dólar.

Vuelve a colocarte en la casilla D4, y reescribe la fórmula anterior como:
 $= \$A\$8 * \$A\$5 * C4$

También puedes seleccionar A8 y pulsar la tecla F4, y lo mismo con A5.

Prueba ahora a arrastrar hacia abajo.

NOTA: si los números son muy grandes, verás las casillas con #####. Haz más ancha la columna, y aparecerán los números.

Ya tenemos los intereses. Calculemos ahora el capital final con interés simple.

Sitúate en la casilla E4 (capital final con interés simple). Queremos sumar el capital (casilla fija) con el interés producido (casilla móvil). Por tanto escribe la siguiente fórmula en E4:
 $= \$A\$8 + D4$

Arrastra hacia abajo (o haz doble click en la esquina inferior derecha):

| | A | B | C | D | E |
|----|-----------|---|------|----------------|------------|
| 1 | | | | Interés simple | |
| 2 | | | Años | | |
| 3 | | | | Interés | Final |
| 4 | Rédito | | 1 | £ 60.00 | £ 1.060.00 |
| 5 | 6% | | 2 | £ 120.00 | £ 1.120.00 |
| 6 | | | 3 | £ 180.00 | £ 1.180.00 |
| 7 | Capital: | | 4 | £ 240.00 | £ 1.240.00 |
| 8 | £1.000,00 | | 5 | £ 300.00 | £ 1.300.00 |
| 9 | | | 6 | £ 360.00 | £ 1.360.00 |
| 10 | | | 7 | £ 420.00 | £ 1.420.00 |
| 11 | | | 8 | £ 480.00 | £ 1.480.00 |
| 12 | | | 9 | £ 540.00 | £ 1.540.00 |
| 13 | | | 10 | £ 600.00 | £ 1.600.00 |
| 14 | | | 11 | £ 660.00 | £ 1.660.00 |
| 15 | | | 12 | £ 720.00 | £ 1.720.00 |
| 16 | | | 13 | £ 780.00 | £ 1.780.00 |

Parte 2. Manejando el interés compuesto

En la siguiente parte vamos a trabajar con el interés compuesto, cuya fórmula es:

$$C = C_i \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

Aquí nos sobraré el 100, pues el rédito ya está puesto en tanto por 1.

| |
|--|
| <p>La primera columna, “Año”, es usando un periodo de capitalización anual. Es decir, lo que hacemos en clase. Es decir, la fórmula anterior, donde el tiempo está en años. Por tanto, escribe en la casilla F4 la siguiente expresión:</p> $= \$A\$8 * (1 + \$A\$5)^{C4}$ <p>Donde ^ significa “elevado a” Arrastra hacia abajo.</p> |
|--|

Ahora vamos a rellenar la casilla final y la diferencia. En esta casilla final solo queremos copiar una de las columnas del interés compuesto. Empezaremos por esta primera:

| |
|--|
| <p>Ve a la columna “Final” del interés compuesto, es decir, la columna N4, y simplemente pídele que ponga lo mismo que en F4:</p> $= F4$ <p>Arrastra hacia abajo.</p> |
| <p>Como el interés compuesto siempre es mayor que el simple, en “Diferencia” vamos a restar en esta dirección. Por tanto, en la casilla O4 escribe la fórmula:</p> $= N4 - E4$ <p>Con esto, tendrás la diferencia según pasan los años. Fíjate que al principio es pequeña, pero en cuanto pasan unos cuantos años, resulta realmente importante.</p> <p>Fíjate que si colocamos el dinero hasta 7 años (con este rédito y este capital inicial), la diferencia entre el interés simple y compuesto no pasa de 100 (libras, en nuestro caso). Sin embargo, a los 25 años, la diferencia entre usar interés simple y compuesto es de 1800 (y el capital inicial tan solo era de 1000). Por tanto, la diferencia es más que significativa.</p> <p>Sin embargo, porque el que escribe es así, he decidido llegar hasta los 1000 años, recordando la serie Futurama. Por supuesto a Excel lo mismo le da hacer una cuenta que la otra...</p> |

| Años | Interés simple | | Interés compuesto | | | | | | Diferencia | | | |
|------|----------------|------------|-------------------|--------|-----|--------|-----|------|------------|---------|------------|------------|
| | Interés | Final | Interés | | | | | | | | | |
| | | | Año | 6Meses | Mes | Semana | Día | Hora | Minuto | Segundo | Final | |
| 1 | £ 60.00 | £ 1.060.00 | £ 1.060.00 | | | | | | | | £ 1.060.00 | £ |
| 2 | £ 120.00 | £ 1.120.00 | £ 1.120.00 | | | | | | | | £ 1.120.60 | £ 3.60 |
| 3 | £ 180.00 | £ 1.180.00 | £ 1.180.00 | | | | | | | | £ 1.191.02 | £ 11.02 |
| 4 | £ 240.00 | £ 1.240.00 | £ 1.240.00 | | | | | | | | £ 1.262.48 | £ 22.48 |
| 5 | £ 300.00 | £ 1.300.00 | £ 1.300.00 | | | | | | | | £ 1.338.23 | £ 38.23 |
| 6 | £ 360.00 | £ 1.360.00 | £ 1.360.00 | | | | | | | | £ 1.418.52 | £ 58.52 |
| 7 | £ 420.00 | £ 1.420.00 | £ 1.420.00 | | | | | | | | £ 1.503.63 | £ 83.63 |
| 8 | £ 480.00 | £ 1.480.00 | £ 1.480.00 | | | | | | | | £ 1.593.85 | £ 113.85 |
| 9 | £ 540.00 | £ 1.540.00 | £ 1.540.00 | | | | | | | | £ 1.689.48 | £ 149.48 |
| 10 | £ 600.00 | £ 1.600.00 | £ 1.600.00 | | | | | | | | £ 1.790.85 | £ 190.85 |
| 11 | £ 660.00 | £ 1.660.00 | £ 1.660.00 | | | | | | | | £ 1.898.30 | £ 238.30 |
| 12 | £ 720.00 | £ 1.720.00 | £ 1.720.00 | | | | | | | | £ 2.012.20 | £ 292.20 |
| 13 | £ 780.00 | £ 1.780.00 | £ 1.780.00 | | | | | | | | £ 2.132.93 | £ 352.93 |
| 14 | £ 840.00 | £ 1.840.00 | £ 1.840.00 | | | | | | | | £ 2.260.90 | £ 420.90 |
| 15 | £ 900.00 | £ 1.900.00 | £ 1.900.00 | | | | | | | | £ 2.396.56 | £ 496.56 |
| 16 | £ 960.00 | £ 1.960.00 | £ 1.960.00 | | | | | | | | £ 2.540.35 | £ 580.35 |
| 17 | £ 1.020.00 | £ 2.020.00 | £ 2.020.00 | | | | | | | | £ 2.692.77 | £ 672.77 |
| 18 | £ 1.080.00 | £ 2.080.00 | £ 2.080.00 | | | | | | | | £ 2.854.34 | £ 774.34 |
| 19 | £ 1.140.00 | £ 2.140.00 | £ 2.140.00 | | | | | | | | £ 3.025.60 | £ 885.60 |
| 20 | £ 1.200.00 | £ 2.200.00 | £ 2.200.00 | | | | | | | | £ 3.207.14 | £ 1.007.14 |

Al pasar 1000 años, usando interés simple logramos un interés de £60000 (y un capital final por tanto de £61000). Sin embargo, con interés compuesto conseguimos:

£ 202239165590684000000000000000

A lo que habría que sumarle el capital inicial. Que, obviamente, es lo de menos...

Aprovecha para poner bordes a las columnas como hemos hecho arriba. Así se verá mejor. Por ejemplo:

| Años | Interés simple | | Interés compuesto | | | | | | Diferencia | | | |
|------|----------------|------------|-------------------|--------|-----|--------|-----|------|------------|---------|------------|------------|
| | Interés | Final | Interés | | | | | | | | | |
| | | | Año | 6Meses | Mes | Semana | Día | Hora | Minuto | Segundo | Final | |
| 1 | £ 60.00 | £ 1.060.00 | £ 1.060.00 | | | | | | | | £ 1.060.00 | £ |
| 2 | £ 120.00 | £ 1.120.00 | £ 1.120.00 | | | | | | | | £ 1.123.60 | £ 3.60 |
| 3 | £ 180.00 | £ 1.180.00 | £ 1.180.00 | | | | | | | | £ 1.191.02 | £ 11.02 |
| 4 | £ 240.00 | £ 1.240.00 | £ 1.240.00 | | | | | | | | £ 1.262.48 | £ 22.48 |
| 5 | £ 300.00 | £ 1.300.00 | £ 1.300.00 | | | | | | | | £ 1.338.23 | £ 38.23 |
| 6 | £ 360.00 | £ 1.360.00 | £ 1.360.00 | | | | | | | | £ 1.418.52 | £ 58.52 |
| 7 | £ 420.00 | £ 1.420.00 | £ 1.420.00 | | | | | | | | £ 1.503.63 | £ 83.63 |
| 8 | £ 480.00 | £ 1.480.00 | £ 1.480.00 | | | | | | | | £ 1.593.85 | £ 113.85 |
| 9 | £ 540.00 | £ 1.540.00 | £ 1.540.00 | | | | | | | | £ 1.689.48 | £ 149.48 |
| 10 | £ 600.00 | £ 1.600.00 | £ 1.600.00 | | | | | | | | £ 1.790.85 | £ 190.85 |
| 11 | £ 660.00 | £ 1.660.00 | £ 1.660.00 | | | | | | | | £ 1.898.30 | £ 238.30 |
| 12 | £ 720.00 | £ 1.720.00 | £ 1.720.00 | | | | | | | | £ 2.012.20 | £ 292.20 |
| 13 | £ 780.00 | £ 1.780.00 | £ 1.780.00 | | | | | | | | £ 2.132.93 | £ 352.93 |
| 14 | £ 840.00 | £ 1.840.00 | £ 1.840.00 | | | | | | | | £ 2.260.90 | £ 420.90 |
| 15 | £ 900.00 | £ 1.900.00 | £ 1.900.00 | | | | | | | | £ 2.396.56 | £ 496.56 |
| 16 | £ 960.00 | £ 1.960.00 | £ 1.960.00 | | | | | | | | £ 2.540.35 | £ 580.35 |
| 17 | £ 1.020.00 | £ 2.020.00 | £ 2.020.00 | | | | | | | | £ 2.692.77 | £ 672.77 |
| 18 | £ 1.080.00 | £ 2.080.00 | £ 2.080.00 | | | | | | | | £ 2.854.34 | £ 774.34 |
| 19 | £ 1.140.00 | £ 2.140.00 | £ 2.140.00 | | | | | | | | £ 3.025.60 | £ 885.60 |
| 20 | £ 1.200.00 | £ 2.200.00 | £ 2.200.00 | | | | | | | | £ 3.207.14 | £ 1.007.14 |

Ahora vamos a la siguiente parte. ¿Qué pasaría si en vez de darnos los intereses cada año nos los dan cada seis meses? ¿O cada mes? ¿O cada semana?

Empecemos por los 6 meses. En este caso, fíjate cómo cambia la fórmula. Al ser cada 6 meses, se aplicará el doble de veces al año, por tanto donde pone t habrá que poner $2t$:

$$C = C_i(1 + r)^{2t}$$

Sin embargo, lo que hace el banco es “repartir” el 6% (que se entiende anual), entre los dos periodos. Por tanto, toca a un 3% cada uno (la mitad). Por tanto, donde pone r , hay que dividirlo entre 2:

$$C = C_i \left(1 + \frac{r}{2}\right)^{2t}$$

Con esto, ya podemos escribir la fórmula en la columna de los 6 meses:

| |
|---|
| <p>Escribe en la columna G4 lo siguiente: $= \\$A\\$8 * (1 + \\$A\\$5/2)^(2 * C4)$ Y arrastra hacia abajo.</p> |
|---|

Fíjate la diferencia. A los 10 años, el interés compuesto habitual produce £1790.85, mientras que, con este periodo de capitalización, pasamos a £1806.11: £16 más. Nos da para una cena para dos (en £) o para uno (en €).

Por supuesto, cuanto más tiempo pase mayor será la diferencia. Por ejemplo, a los 100 años, la diferencia entre estos dos métodos es de £30000, que ya empieza a ser una diferencia interesante. Aunque es complicado que alguien quiera poner su dinero en un banco durante 100 años... y quizá más aún que te ofrezcan un 6%...

Pasemos al cálculo mensual.

| |
|---|
| <p>En este caso la teoría es sencilla. Multiplicamos por 12 el tiempo (cada año se aplicará el interés 12 veces), y dividimos entre 12 el rédito:</p> $C = C_i \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{12t}$ |
|---|

| |
|---|
| <p>Escribe en la columna H4 lo siguiente: $= \\$A\\$8 * (1 + \\$A\\$5/12)^(12 * C4)$ Y arrastra hacia abajo.</p> |
|---|

Aunque esperábamos una fortuna, resulta que no es así. A los 10 años conseguimos £13 más que con los 6 meses, y £29 más que el interés compuesto habitual. Veamos qué pasa si calculamos cada semana, día...

| |
|---|
| <p>Para el cálculo de la semana, el factor es 52 (365 días al año entre 7 días a la semana):</p> $C = C_i \left(1 + \frac{r}{52}\right)^{52t}$ |
| <p>Para los días, obviamente, será 365:</p> $C = C_i \left(1 + \frac{r}{365}\right)^{365t}$ |
| <p>Para las horas, multiplicamos lo anterior por 24 (que lo haga Excel):</p> $C = C_i \left(1 + \frac{r}{365 \cdot 24}\right)^{365 \cdot 24 \cdot t}$ |
| <p>Para minutos y segundos, por 60 y otra vez por 60:</p> $C = C_i \left(1 + \frac{r}{365 \cdot 24 \cdot 60}\right)^{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot t}$ $C = C_i \left(1 + \frac{r}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60}\right)^{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot t}$ |

Y ahora tenemos que meter todo esto en Excel:

| | |
|-------------|--|
| Casilla I4: | $= \$A\$8 * (1 + \$A\$5/52)^(52 * C4)$ |
| Casilla J4: | $= \$A\$8 * (1 + \$A\$5/365)^(365 * C4)$ |
| Casilla K4: | $= \$A\$8 * (1 + \$A\$5/(365 * 24))^{((365 * 24) * C4)}$ |
| Casilla L4: | $= \$A\$8 * (1 + \$A\$5/(365 * 24 * 60))^{((365 * 24 * 60) * C4)}$ |
| Casilla M4: | $= \$A\$8 * (1 + \$A\$5/(365 * 24 * 60 * 60))^{((365 * 24 * 60 * 60) * C4)}$ |

Selecciona estas casillas, y arrastra hacia abajo:

Análisis de resultados.

Hemos dejado la columna “Diferencia” para comparar resultados. Fíjate en algo muy interesante. Podría parecer que, si cada segundo, nos calculan el interés y este interés genera nuevos intereses, vamos a hacernos ricos. El problema es que al repartir el rédito en los segundos del año, es tan pequeño que una cosa “compensa” a la otra. Es más, si en la columna “Diferencia” comparas la columna “Minuto” con la columna “Segundo”, encontrarás que, al menos con dos decimales, la diferencia es 0 en todos ellos.

¿Todos? No. Al cabo de 92 años, hay una diferencia de £0.01 entre la columna segundo y minuto, y a los 279 años la diferencia ya es de £1000. Y a partir de ahí crece de forma desorbitada. ¿Merece la pena el cálculo del interés al segundo en vez de al minuto? Fíjate de qué años se trata. Mientras la medicina no lo solucione, lo mismo nos daría una cosa que la otra.

Pero ahora comparemos el cálculo a la hora y al minuto. El primer céntimo de diferencia llega a los 13 años, y se llega a una diferencia de £100 a los 136 años. Al igual que antes, merece más la pena calcular al minuto que a la hora, pero en la práctica nos da exactamente igual hasta que no encontremos la fuente de la eterna juventud.

¿Qué ocurre con el día y la hora? Como era de esperar, los resultados se notan antes. Ya el primer año hay una diferencia de 1 céntimo. Y si esperamos 60 años, la diferencia es de £10. Al igual que antes, la discusión con el banco para que nos metan los intereses cada hora en vez de cada día, a cambio de conseguir £10 más en 60 años, posiblemente no merezca la pena. Eso sí, si pretendemos vivir 200 años (o mejor dicho, dejar nuestro dinero 200 años en el banco), la diferencia es de £153000, y la discusión ya puede empezar a tener sentido.

Podemos hacer lo mismo con el resto de comparaciones. Al ver Semana vs Día, logramos una diferencia de £10 a los 37 años, al comparar Mes vs Semana, a los 23 años. Si pasamos de 6 meses a un mes tan solo necesitamos 8 años para tener esos £10 de diferencia, curiosamente un tiempo aproximadamente igual al que necesitamos al pasar de año a 6 meses.

Y todo esto **ha sido calculado con un rédito de un 6%**. Prueba a buscar en internet qué tasas aproximadas ofrecen los bancos. De forma general, suele estar por debajo del 2%...

Conclusión

¿Merece la pena pegarse con el del banco para conseguir un periodo más corto de capitalización? Depende de tres factores: el capital inicial, el rédito y el tiempo. La primera no es verdaderamente relevante. Si pones un millón de euros, te dará lo mismo ganar 100€ arriba o abajo. Sin embargo la última es clave. Por el tipo de cálculo, y dado que el tiempo está en el **exponente**, si pretendemos vivir mucho tiempo, sí puede merecer la pena luchar por reducir el periodo de capitalización. No obstante, y aunque nos dejasen hacerlo, lo más probable es que para tiempos normales (inferiores a 20 o 30 años), ni siquiera así merezca mucho la pena a partir del cálculo mensual.

| |
|---|
| Sugerencia: ahora juega con los números “Rédito” y “Capital” para ver qué le ocurre a las cantidades. |
|---|

Ampliación de la ampliación

Lee a partir de aquí solo si tienes mucho tiempo libre.

Vamos a ver qué pasa con una cantidad de tiempo indeterminada, como un milisegundo, un nanosegundo, diez años...

Para ello vamos a copiar la hoja de cálculo aparte:

| | | | | | | | | |
|--|------------|---|------|----------------|-------------|-------------------|-------------|------------|
| Pulsa sobre la pestaña “Hoja1” con el botón derecho, y selecciona “Mover o copiar”. Marca la pestaña “Crear una copia” y selecciona “Mover al final”. | | | | | | | | |
| Con esto hemos creado una copia exacta de nuestra hoja de cálculo. | | | | | | | | |
| Selecciona las columnas de la G a la M. Las columnas completas, pulsando en la parte de arriba. Pulsa con el botón derecho, y selecciona “Eliminar” | | | | | | | | |
| Selecciona la fila 3 y elimínala también: ya no hace falta. | | | | | | | | |
| Ve a la casilla A10 y escribe “Frecuencia”. En la casilla abajo escribe 1. Para distinguirlo del anterior, hemos cambiado el formato de número de todas las casillas a dólares \$ (cuidado no confundir con el símbolo de fijar filas y columnas): | | | | | | | | |
| | A | B | C | D | E | F | G | H |
| 1 | | | Años | Interés simple | | Interés compuesto | | Diferencia |
| 2 | | | | Interés | Final | Interés | Final | |
| 3 | Rédito | | 1 | \$ 10,00 | \$ 1.010,00 | \$ 1.010,00 | \$ 1.010,00 | #¡REF! |
| 4 | 1% | | 2 | \$ 20,00 | \$ 1.020,00 | \$ 1.020,10 | \$ 1.020,10 | #¡REF! |
| 5 | | | 3 | \$ 30,00 | \$ 1.030,00 | \$ 1.030,30 | \$ 1.030,30 | #¡REF! |
| 6 | Capital: | | 4 | \$ 40,00 | \$ 1.040,00 | \$ 1.040,60 | \$ 1.040,60 | #¡REF! |
| 7 | £1.000,00 | | 5 | \$ 50,00 | \$ 1.050,00 | \$ 1.051,01 | \$ 1.051,01 | #¡REF! |
| 8 | | | 6 | \$ 60,00 | \$ 1.060,00 | \$ 1.061,52 | \$ 1.061,52 | #¡REF! |
| 9 | Frecuencia | | 7 | \$ 70,00 | \$ 1.070,00 | \$ 1.072,14 | \$ 1.072,14 | #¡REF! |
| 10 | 1.00 | | 8 | \$ 80,00 | \$ 1.080,00 | \$ 1.082,86 | \$ 1.082,86 | #¡REF! |
| 11 | | | 9 | \$ 90,00 | \$ 1.090,00 | \$ 1.093,69 | \$ 1.093,69 | #¡REF! |
| 12 | | | 10 | \$ 100,00 | \$ 1.100,00 | \$ 1.104,62 | \$ 1.104,62 | #¡REF! |
| 13 | | | 11 | \$ 110,00 | \$ 1.110,00 | \$ 1.115,67 | \$ 1.115,67 | #¡REF! |
| 14 | | | 12 | \$ 120,00 | \$ 1.120,00 | \$ 1.126,83 | \$ 1.126,83 | #¡REF! |

Ahora vamos a estudiar las fórmulas usadas en el apartado anterior:

| | | | |
|--------------------|---|---|---|
| General | 6meses | Mensual | Semanal |
| $C = C_i(1 + r)^t$ | $C = C_i \left(1 + \frac{r}{2}\right)^{2t}$ | $C = C_i \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{12t}$ | $C = C_i \left(1 + \frac{r}{52}\right)^{52t}$ |

Es decir, que lo que tenemos es un número, llamémosle F (de **frecuencia de capitalización**), que es el número de veces por año que se aplica el interés. Y siempre es igual: divide al rédito, y multiplica al tiempo.

Añadámoslo a la fórmula entonces:

| |
|---|
| Ve a la casilla justo debajo de “Interés” en “Interés compuesto” (en nuestro caso es la casilla F3) y escribe lo siguiente: $= \$A\$7 * (1 + \$A\$4/\$A\$10)^{(\$A\$10 * C3)}$ |
|---|

| |
|---|
| Lo único que hemos hecho es dividir el rédito entre la casilla tiempo, y multiplicarlo por el tiempo arriba. |
| En la columna “Diferencia”, escribe: $= G3 - E3$ Es decir, la diferencia entre el interés simple y el compuesto. Ahora solo hay dos columnas que comparar, así que no hay dudas. |
| Arrastra hacia abajo. |

Ahora es el momento de jugar con los números. Hemos puesto un rédito de 1 y un capital de 1000.

| |
|---|
| Con rédito 2 y capital 100€, cambia la frecuencia de 1 (años) a 2 (6 meses), 12 (mensual), 52 (semanal), 365 (diario), o indica alguna operación, como =365*60 (al minuto), =365*3600 (al segundo), o si quieres puedes ir más allá, con =365*3600*1000 (a la milésima de segundo). |
|---|

Por supuesto, como buenos humanos que somos, somos un poco burros. Y seguramente sin que te haya dicho nada ya habrás puesto un número enormemente grande. Y curiosamente te quedan diferencias negativas. ¿Por qué?

Excel empieza a tener problemas con exponentes de más de 14 cifras. Tanto es así, que empieza a pensar que en $\left(1 + \frac{r}{F}\right)^{Ft}$ pasa lo siguiente:

- F es tan grande que r/F es prácticamente cero. A partir de números de 14 cifras para F , Excel redondea exactamente a cero.
- $\left(1 + \frac{r}{F}\right)$ es prácticamente igual a 1. A partir de números de 14 cifras, Excel redondea esta cantidad exactamente a 1.
- Y 1 elevado a un número muy grande es 1.

Por tanto, para estos números no hay ningún interés (por eso parece que es “mejor” el interés simple, y la diferencia queda negativa).

Ampliación de la ampliación de la ampliación

¿Es realmente cierto esto? ¿Al final esa cantidad tiende a 1?

Veamos que no. Con la notación apropiada, lo que estamos calculando es **un límite**. Un límite se expresa de la siguiente forma:

$$L = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$$

Por ejemplo, en este caso anterior, el límite vale cero. Imagina 1€ repartido entre 2 personas, luego entre 10. Luego entre 100 y luego entre 1000. Cada vez toca a menos cada uno. En “el límite”, a lo que toca cada uno si hubiese “infinitas personas”, sería a cero.

En nuestro caso, estamos calculando lo siguiente:

$$\lim_{F \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{F}\right)^{Ft}$$

Que después será multiplicado por la cantidad inicial para ver el montante total.

Vamos a empezar por calcular una expresión parecida, que es la siguiente:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

Aparentemente, el 1/x de dentro del paréntesis tenderá a cero, por lo que dentro la suma tenderá a 1. Y 1 elevado a infinito, en principio, es 1. ¿No?

| | |
|--|--|
| | Abre una hoja nueva de Excel a la derecha de las anteriores. |
| | En la casilla A3 escribe 1, y en la A4 escribe 2. Selecciona ambas casillas, y arrastra hacia abajo para crear unos 1000 números. |
| | En la casilla B3, escribe la fórmula anterior, que se vería como: $= (1 + 1/A3)^{A3}$ Y arrástrala hacia abajo (puedes pulsar dos veces en el recuadro inferior derecho). |

Fíjate la progresión. No parece tender a 1. En la posición 25, el resultado es 2.6658, mientras que si nos vamos a la 50, el resultado es 2.6915.

Y parece que cada vez crece menos. Podemos comprobarlo.

| | |
|--|---|
| | En la casilla C4 escribe la diferencia entre los dos términos anteriores, es decir: $= B4 - B3$ Y arrastra la fórmula hacia abajo. |
|--|---|

Efectivamente las diferencias son cada vez más pequeñas. Recuerda que la notación $2.36E - 5$ es notación científica, y significa $2.36 \cdot 10^{-5}$. Es decir,

cuanto “mayor” el número del exponente, menor el exponente porque está en negativo, y el número es más pequeño.

En la posición 100 el resultado es 2.7048 y la diferencia con el anterior es 0.00013. En la posición 500 es 2.7155 (apenas ha avanzado una centésima en 400 posiciones), y la diferencia ya es de 10^{-6} . Pero si vamos a la 1000, en esas 500 posiciones ha pasado de 2.7155 a 2.7169. Una milésima.

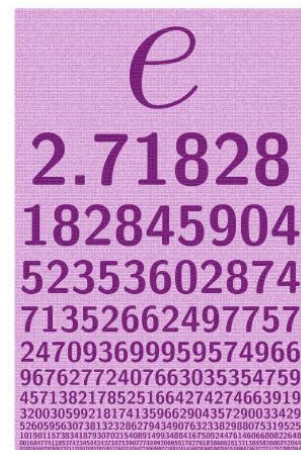
Parece que el número se está “estabilizando”. Y, de hecho, lo está haciendo. Por puro interés matemático, nos hemos ido a la posición 20000 (19000 posiciones más lejos del 1000), y el resultado es 2.7182, siendo la diferencia con el anterior ya del orden de 10^{-9} . ¿Quién es este misterioso número que está apareciendo?

El número e

Entre los números irracionales, el número *e* es, junto a π , ϕ y quizá $\sqrt{2}$, uno de los más importantes. Y quizá sea el más importante, pues aparece en multitud de fenómenos naturales (desde la física cuántica, la radiactividad o el estudio de poblaciones), hasta en infinitad de problemas en matemáticas. Su definición es la siguiente:

$$e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$$

Aunque se le atribuye a Euler (de ahí la *e*), ya otros como Napier o Bernoulli estuvieron trabajando antes con él, si bien Euler desarrolló la mayor parte de sus propiedades.



<http://unihedron.com/projects/e/>



<https://matematicasconmuchotrucu.wordpress.com/category/el-numero-e/>

Volviendo a nuestro problema:

$$\lim_{F \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{F}\right)^{Ft}$$

Esto es muy parecido al número e , sin más que hacer las siguientes modificaciones:

$$\lim_{F \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{F}{r}}\right)^{\frac{r}{F}Ft} = \left[\lim_{F \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{F}{r}}\right)^{\frac{F}{r}t \cdot r} \right]$$

Ahora hagamos un cambio de variable:

$$x = \frac{F}{r}$$

De forma que, si $F \rightarrow \infty$, por sentido común $x \rightarrow \infty$. por tanto:

$$\dots = \left[\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x \cdot t \cdot r} \right]$$

O lo que es lo mismo:

$$\dots = e^{t \cdot r}$$

Ese es la tasa que multiplicaremos por nuestra cantidad inicial, de modo que el capital final será:

$$C = C_i \cdot e^{tr}$$

Por ejemplo, si tenemos la frecuencia de capitalización muy grande, digamos de un millón de veces cada año, un capital de 100\$, con un rédito de 2%, el capital final que genera el interés compuesto en 10 años se calcula como:

$$C = 100 \cdot 2.7182^{10 \cdot 0.02} = 122.1395404\$ \approx 122.14\$$$

Que, si comprobamos con nuestra hoja de Excel, el resultado es exactamente el mismo:

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|----|-------------|---|------|----------------|-----------|-------------------|-----------|------------|
| | | | Años | Interés simple | | Interés compuesto | | Diferencia |
| | | | | Interés | Final | Interés | Final | |
| 1 | | | 1 | \$ 2.00 | \$ 102.00 | \$ 102.02 | \$ 102.02 | \$ 0.02 |
| 2 | | | 2 | \$ 4.00 | \$ 104.00 | \$ 104.08 | \$ 104.08 | \$ 0.08 |
| 3 | Rédito | | 3 | \$ 6.00 | \$ 106.00 | \$ 106.18 | \$ 106.18 | \$ 0.18 |
| 4 | 2% | | 4 | \$ 8.00 | \$ 108.00 | \$ 108.33 | \$ 108.33 | \$ 0.33 |
| 5 | | | 5 | \$ 10.00 | \$ 110.00 | \$ 110.52 | \$ 110.52 | \$ 0.52 |
| 6 | Capital: | | 6 | \$ 12.00 | \$ 112.00 | \$ 112.75 | \$ 112.75 | \$ 0.75 |
| 7 | £ 100.00 | | 7 | \$ 14.00 | \$ 114.00 | \$ 115.03 | \$ 115.03 | \$ 1.03 |
| 8 | | | 8 | \$ 16.00 | \$ 116.00 | \$ 117.35 | \$ 117.35 | \$ 1.35 |
| 9 | Frecuencia | | 9 | \$ 18.00 | \$ 118.00 | \$ 118.72 | \$ 118.72 | \$ 1.72 |
| 10 | 1000000.00 | | 10 | \$ 20.00 | \$ 120.00 | \$ 122.14 | \$ 122.14 | \$ 2.14 |
| 11 | | | 11 | \$ 22.00 | \$ 122.00 | \$ 124.61 | \$ 124.61 | \$ 2.61 |
| 12 | | | 12 | \$ 24.00 | \$ 124.00 | \$ 127.12 | \$ 127.12 | \$ 3.12 |
| 13 | | | 13 | \$ 26.00 | \$ 126.00 | \$ 129.69 | \$ 129.69 | \$ 3.69 |
| 14 | | | 14 | \$ 28.00 | \$ 128.00 | \$ 132.31 | \$ 132.31 | \$ 4.31 |
| 15 | | | 15 | \$ 30.00 | \$ 130.00 | \$ 134.99 | \$ 134.99 | \$ 4.99 |
| 16 | | | 16 | \$ 32.00 | \$ 132.00 | \$ 137.71 | \$ 137.71 | \$ 5.71 |
| 17 | | | 17 | \$ 34.00 | \$ 134.00 | \$ 140.49 | \$ 140.49 | \$ 6.49 |
| 18 | 122.1395404 | | 18 | \$ 36.00 | \$ 136.00 | \$ 143.33 | \$ 143.33 | \$ 7.33 |