

FICHA G: ÁLGEBRA

1. Suma los siguientes polinomios:

$$P(x) = 2x^2 - x + 1 \quad Q(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + 2 \quad R(x) = x + 3$$

Paso 1: coloca los polinomios entre paréntesis.

Paso 2: como son sumas, quita directamente los paréntesis

Paso 3: suma/resta aquellos monomios con **misma parte literal**

Si hay algún cero, déjalo por ahora. Por ejemplo, deja $0x^4$, aunque lo bonito es que lo quites del todo.

Los huecos son para los coeficientes **y/o para los signos**.

a) $P(x) + Q(x)$	$(\quad \quad \quad) + (\quad \quad \quad) =$
	$= \quad - \quad + \quad + \quad - \quad + \quad + \quad =$
	$= \boxed{\quad}x^3 \boxed{\quad} \boxed{\quad}x^2 \boxed{\quad} \boxed{\quad}x \boxed{\quad} \boxed{\quad}$
b) $P(x) + R(x)$	$(\quad \quad \quad) + (\quad \quad \quad) =$
	$= \quad - \quad + \quad + \quad + \quad =$
	$= \boxed{\quad} \boxed{\quad}x^2 \boxed{\quad} \boxed{\quad}x \boxed{\quad} \boxed{\quad}$
c) $Q(x) + R(x)$	$(\quad \quad \quad) + (\quad \quad \quad) =$
	$= \quad - \quad + \quad + \quad + \quad + \quad =$
	$= \boxed{\quad}x^3 \boxed{\quad} \boxed{\quad}x^2 \boxed{\quad} \boxed{\quad}x \boxed{\quad} \boxed{\quad}$

2. Resta los siguientes polinomios:

$$P(x) = 2x^2 - x + 1 \quad Q(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + 2 \quad R(x) = x + 3$$

Paso 1: coloca los polinomios entre paréntesis.

Paso 2: como son restas, al quitar el segundo paréntesis **cambia de signo todo su contenido**

Paso 3: suma/resta aquellos monomios con **misma parte literal**

(En los recuadros del paso 2 van los signos + o -)

a) $P(x) - Q(x)$	$(\quad \quad \quad) - (\quad \quad \quad) =$
	$= \quad - \quad + \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} =$
	$= \boxed{\quad} \boxed{\quad}x^3 \boxed{\quad} \boxed{\quad}x^2 \boxed{\quad} \boxed{\quad}x \boxed{\quad} \boxed{\quad}$
b) $P(x) - R(x)$	$(\quad \quad \quad) - (\quad \quad \quad) =$
	$= \quad - \quad + \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} =$
	$= \boxed{\quad} \boxed{\quad}x^2 \boxed{\quad} \boxed{\quad}x \boxed{\quad} \boxed{\quad}$
c) $Q(x) - R(x)$	$(\quad \quad \quad) - (\quad \quad \quad) =$
	$= \quad - \quad + \quad + \quad \boxed{\quad} \quad \boxed{\quad} =$
	$= \boxed{\quad}x^3 \boxed{\quad} \boxed{\quad}x^2 \boxed{\quad} \boxed{\quad}x \boxed{\quad} \boxed{\quad}$

3. Producto de polinomios

$$P(x) = 2x^2 - x + 1 \quad Q(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + 2 \quad R(x) = x + 3$$

Paso 1: coloca los polinomios entre paréntesis

Paso 2: multiplica cada monomio del primer paréntesis con cada monomio del segundo (todos con todos)

Paso 3: suma/resta aquellos monomios con **misma parte literal**

a) $P(x) \cdot Q(x)$	$(\quad) \cdot (\quad) =$
	$= \square =$
	$= \square x^5 \square x^4 \square x^3 \square x^2 \square x \square$
b) $P(x) \cdot R(x)$	$(\quad) \cdot (\quad) =$
	$= \square \square \square \square \square \square =$
	$= \square x^3 \square x^2 \square x \square$
c) $Q(x) \cdot R(x)$	$(\quad) \cdot (\quad) =$
	$= \quad \quad \quad =$
	$= \quad \quad \quad =$

4. Igualdades notables I

Recuerda que las igualdades notables son:

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= a^2 + b^2 + 2ab \\ (a - b)^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \\ (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

Desarrolla:

$(x + 1)^2 =$

$(3x - 1)^2 =$

$(x + 5)^2 =$

$(2x + 1)(2x - 1) =$

$(2x + 1)^2 =$

$(x - 2)^2 =$

$(x + 3)^2 =$

$(x + 3)(x - 3) =$

$\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) =$

$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 =$

$(x + 5)(x - 5) =$

$(x - 4)^2 =$

$(x + 1)(x - 1) =$

$(3x + 2)^2 =$

$(3x + 2)(3x - 2) =$

$(x - 6)^2 =$

$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 =$

$\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 =$

5. Igualdades notables II. Escribe como igualdad notable:

$$x^2 + 8x + 16 =$$

$$x^2 - \frac{1}{4} =$$

$$x^2 - 1 =$$

$$x^2 - 2x + 1 =$$

$$x^2 + x + \frac{1}{4} =$$

$$x^2 - 25 =$$

$$x^2 + 4x + 4 =$$

$$x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} =$$

$$x^2 - 9 =$$

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} =$$

$$x^2 - 6x + 9 =$$

$$9x^2 - 12x + 4 =$$

$$9x^2 + 6x + 1 =$$

$$4x^2 - 4x + 1 =$$

$$x^2 - \frac{4}{9} =$$

$$x^2 - 10x + 25 =$$

$$x^2 + 12x + 36 =$$

$$9x^2 - 1 =$$

6. Operaciones con polinomios:

$$P(x) = 2x^2 - x + 1$$

$$Q(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + 2$$

$$R(x) = x + 3$$

Calcula:

$a) 3P(x) - 2R(x)$
$b) [R(x)]^2 - P(x)$

$c) P(x) - Q(x) \cdot R(x)$

7. Factor común

$a) 4x^2 + x =$		$b) 4x^2 + 2x =$	
$c) 4x^2 + 2x + 6 =$		$d) 6x^3 - 12x =$	

8. Simplificación de fracciones algebraicas (avanzado):

Pasos:

- a) Extraer factor común en numerador y denominador
- b) Colocar lo que se pueda como una igualdad notable
- c) Simplificar los bloques iguales

$\frac{x^3 - 2x^2 + x}{2x^4 - 2x^2}$	$\frac{2x^3 + 12x^2 + 18x}{4x + 12}$
$\frac{4x^2 + 4x + 1}{12x^4 - 3x^2}$	$\frac{50x^2 - 40x + 8}{100x^3 - 16x}$

9. Agatha va a montar un canal de YouTube. Ha estado investigando y ha descubierto que, si llama x a las reproducciones que tenga cada uno de sus vídeos, puede calcular cuánto dinero va a obtener. Después de mucho investigar, ha descubierto que los ingresos en función de las reproducciones son $I(x) = 9x^3 - x$, y los gastos que tenga son $G(x) = 4x^3 + 12x$, pero multiplicado por dos porque tiene dos agencias que le hacen los vídeos. Además, cuando reciba el dinero, lo repartirá entre los socios de su empresa, que también dependerán de sus reproducciones de forma que contratará a $S(x) = x^3 - 10x^2 + 25x$ socios.

En definitiva, debe restar los ingresos menos el doble de los gastos, y al resultado dividirlo entre los socios que tenga. Haz las operaciones que consideres oportuno y rellena la siguiente tabla para cada valor de las reproducciones x . ¿Ves algún problema en los resultados que debiera preocupar a Agatha?

x	<i>Beneficios</i>
6	
10	
15	
20	
55	
105	

Soluciones:

Ejercicio 1: sumas	Ejercicio 2: restas
a) $P(x) + Q(x) = 3x^3 + 0x^2 + 0x + 3 = 3x^3 + 3$	a) $P(x) - Q(x) = -3x^3 + 4x^2 - 2x - 1$
b) $P(x) + R(x) = 2x^2 + 0x + 4 = 2x^2 + 4$	b) $P(x) - R(x) = 2x^2 - 2x - 2$
c) $Q(x) + R(x) = 3x^3 - 2x^2 + 2x + 5$	c) $Q(x) - R(x) = 3x^3 - 2x^2 + 0x - 1 = 3x^3 - 2x^2 - 1$

Ejercicio 3: sumas
a) $P(x) \cdot Q(x) = 6x^5 - 7x^4 + 7x^3 + 1x^2 - 1x + 2 = 6x^5 - 7x^4 + 7x^3 + x^2 - x + 2$
b) $P(x) \cdot R(x) = 2x^3 + 5x^2 - 2x + 3$
c) $Q(x) \cdot R(x) = 3x^4 + 7x^3 - 5x^2 + 5x + 6$

Ejercicios igualdades notables 4 y 5: ver última parte de las soluciones y comprobar.

6. Operaciones con polinomios	7. Factor común
a) $3P(x) - 2R(x) = 6x^2 - 5x - 3$	a) $4x^2 + x = x(4x + 1)$
b) $[R(x)]^2 - P(x) = -x^2 + 7x + 8$	b) $4x^2 + 2x = 2x(2x + 1)$
c) $P(x) - Q(x) \cdot R(x) = -3x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 6x - 5$	c) $4x^2 + 2x + 6 = 2(2x^2 + x + 3)$
	d) $6x^3 - 12x = 6x(x^2 - 2)$

Ejercicio 8		Ejercicio 9	
$\frac{x^3 - 2x^2 + x}{2x^4 - 2x^2} = \frac{x - 1}{2x(x + 1)}$	$\frac{2x^3 + 12x^2 + 18x}{4x + 12} = \frac{x(x + 3)}{2}$	x	Beneficios
		6	11
		10	3
		15	2
		20	1.67
		55	1.2
		105	1.1
$\frac{4x^2 + 4x + 1}{12x^4 - 3x^2} = \frac{2x + 1}{3x^2(2x - 1)}$	$\frac{50x^2 - 40x + 8}{100x^3 - 16x} = \frac{5x - 2}{2x(5x + 2)}$		

Algunas igualdades notables para comprobar soluciones:

$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$	$(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$	$(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$
$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$	$(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$	$(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$
$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$	$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$	$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$
$(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$	$(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$	$(x + 4)(x - 4) = x^2 - 16$
$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$	$(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$	$(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$
$(x + 6)^2 = x^2 + 12x + 36$	$(x - 6)^2 = x^2 - 12x + 36$	$(x + 6)(x - 6) = x^2 - 36$
$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + x + \frac{1}{4}$	$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$	$\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) = x^2 - \frac{1}{4}$
$\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$	$(x - \frac{1}{3})^2 = x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$	$\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = x^2 - \frac{1}{9}$
$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}$	$\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}$	$\left(x + \frac{2}{3}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) = x^2 - \frac{4}{9}$
$(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$	$(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$	$(2x + 1)(2x - 1) = 4x^2 - 1$
$(3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$	$(3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$	$(3x + 1)(3x - 1) = 9x^2 - 1$
$(3x + 2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$	$(3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$	$(3x + 2)(3x - 2) = 9x^2 - 4$