1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1

HOJA N: NEWTON

Recuerda. Desarrollo de Newton:

$$(a+b)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} a^i \cdot b^{n-k}$$

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i! \cdot (n-i)!} \qquad 0! = 1$$

1. Desarrolla:

$$a)\ (x+3)^5 \qquad b)\ (2x-1)^6 \qquad c)\ \left(\sqrt{2}x - \frac{1}{x}\right)^7$$

2. Calcula el término 6 en cada uno de los siguientes casos:

$$a)\ (3+x)^7 \qquad b)\ \left(1-2\sqrt{x}\right)^{10} \qquad c)\ \left(\sqrt{3} - \frac{3}{\sqrt{x}}\right)^{20}$$

3. Determina el término independiente en los siguientes desarrollos:

$$a)\ (x+2)^{10} \qquad b)\ \left(3-\sqrt{x}\right)^{11} \qquad c)\ \left(3x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^{18}$$

4. Determina el coeficiente del término x^{13} en el siguiente desarrollo:

$$\left(\frac{2}{x} - x^2\right)^{11}$$

5. Determina el coeficiente del término x^2 de los siguientes desarrollos:

$$a)\quad (2x-1)^{12} \qquad b)\quad \left(x - \frac{1}{x}\right)^8 \qquad c)\quad \left(\frac{2}{x} - \sqrt{x}\right)^{13}$$

SOLUCIONES

1	$a)\ x^7+21x^6+189x^5+945x^4+2835x^3+5103x^2+5103x+2187$		
	$b)\ 64x^6-192x^5+240x^4-160x^3+60x^2-12x+1$		
	$c)\ 8\sqrt{2}x^7-56x^5+84\sqrt{2}x^3-140x+\frac{70\sqrt{2}}{x}-\frac{42}{x^3}+\frac{7\sqrt{2}}{x^5}-\frac{1}{x^7}$		
2	$a)\ 5103x^2$ ó $189x^5$	$b)\ -8064x^2\sqrt{x}$	$c)\ \frac{-2002189087152\sqrt{3}}{x^7\sqrt{x}}$ ó $\frac{-8239461264\sqrt{3}}{x^2\sqrt{x}}$
3	$a)\ 1024$	$b)\ 177147$	$c)\ -956987460$
4	1320		
5	$a)\ 264$	$b)\ -56$	$c)\ 2288$

Determina el coeficiente del término x^{13} en el siguiente desarrollo:

$$\left(\frac{2}{x}-x^2\right)^{11}$$

Término i:

$$\binom{11}{i}\cdot\left(\frac{2}{x}\right)^i\cdot(-x^2)^{11-i}$$

Operamos:

$$\frac{11!}{i!\cdot(11-i)!}\cdot\frac{2^i}{x^i}\cdot(-x^2)^{11-i}$$

Jugamos con que $(-a)^b=(-1)^b\cdot a^b$:

$$\frac{11!\cdot 2^i\cdot(-1)^{11-i}}{i!\cdot(11-i)!}\cdot\frac{(x^2)^{11-i}}{x^i}=\frac{11!\cdot 2^i\cdot(-1)^{11-i}}{i!\cdot(11-i)!}\cdot\frac{x^{22-2i}}{x^i}$$

Operando las x:

$$\underbrace{\frac{11!\cdot 2^i\cdot(-1)^{11-i}}{i!\cdot(11-i)!}}_{\text{Coeficiente}}\cdot\underbrace{x^{22-3i}}_{\text{Variable}}$$

Si queremos que la variable sea x^{13} igualamos:

$$x^{22-3i}=x^{13}\Rightarrow 22-3i=13\Rightarrow 9=3i\Rightarrow\boxed{i=3}$$

Sabiendo i, sustituimos y calculamos el coeficiente:

$$C=\frac{11!\cdot 2^i\cdot(-1)^{11-i}}{i!\cdot(11-i)!}\Rightarrow C=\frac{11!\cdot 2^3\cdot(-1)^{11-3}}{3!\cdot(11-3)!}=\frac{11!\cdot 8\cdot(-1)^8}{3\cdot 2\cdot 8!}$$

$$=\frac{(11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1)\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 8\cdot(7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1)}=\frac{11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2}=11\cdot 10\cdot 3\cdot 4$$

$$\boxed{C=1320}$$