

## Ejercicio de clase: crear un polinomio para factorizar

Paso 1: escojamos cinco números. Los tres primeros serán las raíces. El cuarto y el quinto los usaremos para el factor común.
Ejemplo: mi cumpleaños es el 17 de Abril de 1984. Por tanto, mis números serán 1, 7, 4, 8, 4 (por ejemplo). Puedes lanzar cinco dados, o cualquier otra forma que quieras de escoger los 5 números.
Paso 2: usemos los tres primeros números como raíces del polinomio. Si tienes dos números iguales, no pasa nada, simplemente habrá raíces dobles. Así, quedará como: $(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ Realiza las operaciones, una a una. Puedes poner + o - en las raíces, según veas. Nosotros lo haremos todo con -.
En nuestro caso, tendremos: $(x - 1)(x - 7)(x - 4) = (x^2 - 7x - x + 7)(x - 4) = (x^2 - 8x + 7)(x - 4)$ $= x^3 - 4x^2 - 8x^2 + 32x + 7x - 28 = x^3 - 12x^2 + 39x - 28$
Ahora, multiplicaremos por $ax^n$ . El coeficiente será el cuarto número elegido (en nuestro caso, un 8), y el exponente, el quinto número (en nuestro caso, un 4).
En nuestro ejemplo, multiplicaremos por $8x^4$ . Así, nuestro polinomio queda: $P(x) = 8x^4(x^3 - 12x^2 + 39x - 28) \Rightarrow P(x) = 8x^7 - 96x^6 + 312x^5 - 224x^4$
Ya tenemos el polinomio.

Ahora toca factorizar el polinomio, paso a paso. Pero ten en cuenta que ya sabes la solución:

Paso 1: factor común
En nuestro ejemplo, está claro que el factor común es $8x^4$ : $P(x) = 8x^7 - 96x^6 + 312x^5 - 224x^4 = 8x^4(x^3 - 12x^2 + 39x - 28)$
Paso 2: factorizar la ecuación de tercer grado (no hay igualdades notables, ni segundo grado). Para probar, usamos el teorema del resto con los divisores de 28. Pero, por supuesto, probaremos con un divisor conocido (1, 7 o 4). Lo haremos con el 4: $P(4) = 8 \cdot 4^4 \cdot (4^3 - 12 \cdot 4^2 + 39 \cdot 4 - 28) = \dots = 0$ Como debía ser. Con Ruffini:
$\begin{array}{r rrrr} & 1 & -12 & 39 & -28 \\ 4 & & 4 & -32 & 28 \\ \hline & 1 & -8 & 7 & 0 \end{array}$
Con esto, el polinomio queda factorizado como: $P(x) = 8x^4(x - 4)(x^2 - 8x + 7)$
Paso 3: no tenemos una igualdad notable, pero sí una ecuación de segundo grado. Resolvemos: $x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{8 \pm 6}{2} = \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = 1 \end{cases}$
Paso 4: factorizamos: $P(x) = 8x^4(x - 1)(x - 4)(x - 7)$ Raíces: $x_1 = 0 \text{ (cuádruple)} \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 4 \quad x_4 = 7$