

NOTA: los siguientes ejercicios son del IES El Escorial.

### EJERCICIOS Y TEORÍA DE RAÍCES Y RADICALES

1. Completa los recuadros para repasar las propiedades de las potencias:

a) $34^{\square} = 1$	i) $(4^2)^3 = \square^6$
b) $24^{\square} = 24$	j) $(a^b)^c = a^{\square}$
c) $a^{\square} = 1$	k) $5^{10} \cdot 3^{10} = \square^{10}$
d) $3^{\square} = \frac{1}{9}$	l) $3^7 \cdot 4^{\square} = 12^{\square}$
e) $3^{\square} \cdot 3^{\square} = 3^{a+b}$	m) $a^n \cdot b^n = (a \cdot \square)^{\square}$
f) $3^{\square} \cdot 3^{\square} = 3^{a-b}$	n) $a^n \cdot b^n = (a : \square)^{\square}$
g) $a^p \cdot a^{\square} = \square^{p+q}$	ñ) $a^{-b} = \frac{1}{a^{\square}}$
h) $a^p : a^{\square} = \square^{p-q}$	o) $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{\square}}$

2. Observa los ejemplos y después resuelve las siguientes ecuaciones:

$x^3 = -27 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-27} = -3$	$x^4 = 16 \Rightarrow x = \pm \sqrt[4]{16} = \pm 2$
a) $x^2 = 81$	k) $x^4 = -3^4$
b) $x^5 = -100000$	l) $x^3 = -27$
c) $x^3 = 8$	m) $x^8 = 1$
d) $x^2 = -16$	n) $x^3 = -1000000$
e) $x^4 = 0.0016$	ñ) $x^4 = 0.0001$
f) $x^5 = -1$	o) $x^4 = 0.0001$
g) $x^{23} = 4^{23}$	p) $x^3 = -\frac{27}{8}$
h) $x^4 = \frac{1}{16}$	q) $x^4 = 0.0025$
i) $x^3 = \frac{1}{1000}$	r) $x^3 = 125$
j) $x^3 = -64$	s) $x^4 = \frac{1}{81}$

3. El volumen de un cubo es  $35.644 \text{ m}^3$ . ¿Cuánto mide su arista? Escribe esta medida utilizando decímetros y centímetros.

4. Calcula:

a)  $\sqrt{33^2}$       b)  $\sqrt[5]{32}$       c)  $\sqrt[3]{17^3}$

En general:  $\sqrt[n]{a^n} = a$

5. Escribe el radical en forma de potencia y simplifica si se puede el exponente:

$$\text{En general: } \sqrt[p]{a^q} = a^{q/p}$$

a)  $\sqrt[7]{2^7}$       b)  $\sqrt[5]{3^{15}}$       c)  $\sqrt[5]{3^{12}}$       d)  $\sqrt{8}$       e)  $\sqrt[3]{a^8}$

f)  $\sqrt[3]{2^5}$       g)  $\sqrt[4]{10^4}$       h)  $\sqrt[4]{(ab)^{10}}$       i)  $\sqrt[3]{8a^3}$       j)  $\sqrt[10]{(ab)^2}$

6. Escribe la potencia como un radical y halla su valor si es exacto.

a)  $3^{4/3}$       b)  $32^{1/5}$       c)  $4^{3/2}$       d)  $125^{1/3}$       e)  $81^{1/2}$       f)  $5^{5/6}$

7. ¿Qué raíces tienen el mismo valor?

$$\sqrt[4]{16}, \sqrt[3]{-8}, \sqrt{0.01}, \sqrt[17]{2^{17}}, -\sqrt[4]{16}, \sqrt[4]{\frac{1}{10000}}$$

8. Simplifica los siguientes radicales:

a)  $\sqrt[6]{3^2}$       b)  $\sqrt[4]{10^8}$       c)  $\sqrt[6]{25^3}$       d)  $\sqrt[5]{3^{10}}$

Teoría: simplificación de radicales.

Ejemplo:  $\sqrt[4]{2^{10}} = 2^{10/4} = 2^{5/2} = \sqrt{2^5}$

Teoría: en general  $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Sin embargo  $\sqrt[n]{a + b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$

Teoría: extracción de factores de un radical. Ejemplo:

$$\sqrt[3]{2^{11}} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^2} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{2^2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{2^2} = 8 \cdot \sqrt[3]{2^2}$$

9. Extrae factores:

a)  $\sqrt{200}$       b)  $\sqrt[3]{4^6}$       c)  $\sqrt{25a^3}$       d)  $\sqrt[3]{24}$       e)  $\sqrt[3]{81 \cdot x^9 \cdot y^5 \cdot z^2}$

f)  $\sqrt[3]{8000}$       g)  $\sqrt[3]{8b^3a^4}$       h)  $\sqrt{\frac{27a}{49}}$       i)  $\sqrt{\frac{50}{27}}$       j)  $\sqrt[3]{\frac{243a^6}{b^{10}}}$       k)  $\sqrt[4]{32x^4y^{10}}$

10. Introduce los factores en el radical:

a)  $4\sqrt{3}$       b)  $2 \cdot \sqrt[3]{3^2}$       c)  $a \cdot \sqrt[4]{a^3}$

Teoría: introducción de factores en un radical:

Ejemplo:  $5 \cdot \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 8} = \sqrt[3]{1000} = 10$

11. Expresa con una sola raíz:

a)  $\sqrt[6]{8 \cdot \sqrt[4]{2}}$       b)  $\sqrt[3]{\sqrt[4]{4 \cdot \sqrt[5]{16}}}$       c)  $\sqrt{x \cdot \sqrt[5]{x}}$

Teoría: raíz de un radical. Ejemplo:

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{8}} = \left(8^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} = 8^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{8}$$

En general:

$$\sqrt[p]{\sqrt[q]{a}} = \sqrt[p \cdot q]{a}$$

12. Decide si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas:

a)  $\sqrt{5} + \sqrt{2} = \sqrt{7}$

b)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{10}$

c)  $\sqrt[3]{81} = 3 \cdot \sqrt[3]{3}$

d)  $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{4}} = \sqrt[6]{32}$

e)  $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

f)  $\frac{6}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}$

g)  $(\sqrt[3]{4})^3 = 4$

h)  $2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -3$

i)  $\sqrt[3]{27^2} = 3^2$

j)  $\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[12]{a}$

k)  $\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[12]{a^2}$

l)  $\sqrt{3\sqrt{9}} = 3$

Teoría: para multiplicar raíces de distinto índice, se reducen a índice común, calculando el mcm:

Ejemplo:  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{5^3} = 2^{1/3} \cdot 5^{3/5} = 2^{5/15} \cdot 5^{9/15} = (2^5 \cdot 5^9)^{1/15} = \sqrt[15]{2^5 \cdot 5^9}$

La división se calcula igual que la multiplicación.

13. Reduce a común denominador los siguientes radicales:

a)  $\sqrt{2}$  y  $\sqrt[3]{4}$

b)  $\sqrt[3]{5}$  y  $\sqrt[6]{3}$

c)  $\sqrt[10]{2a^3}$  y  $\sqrt[8]{3b}$

14. Opera y simplifica todo lo que puedas:

$$a) \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{2}}$$

$$b) \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[5]{2^3}}{2}$$

$$c) \frac{\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[8]{3}}{\sqrt[8]{5}}$$

$$d) \sqrt{5} \cdot \sqrt{125}$$

$$e) \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}$$

$$f) \sqrt[3]{2x^3} \cdot \sqrt[9]{x^2y^3} \cdot \sqrt[6]{3^2xy^5}$$

Teoría: ya hemos visto que NO se pueden sumar radicales con el mismo índice. Para sumar radicales, TIENEN que ser semejantes. Es decir, tienen que tener el mismo índice y el mismo radicando. Ejemplo:

$$\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \quad \sqrt[5]{2^3} - \frac{1}{3}\sqrt[5]{2^3} = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \sqrt[5]{2^3} = \frac{2}{3} \cdot \sqrt[5]{2^3}$$

Si no son semejantes, intentaremos hacerlos sacando factores del radical.

15. Opera y simplifica todo lo que puedas las siguientes expresiones:

$$a) \sqrt{2} + 3\sqrt{8} - \sqrt{18}$$

$$b) \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{6}}$$

$$c) 5\sqrt{27} - \sqrt{\frac{3}{4}}$$

16. Recuerda las identidades notables, desarrolla y simplifica expresiones:

$$a) (\sqrt{2} - 3)^2$$

$$b) (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)$$

$$c) (3\sqrt{6} + \sqrt{150})^2$$

17. Efectúa las siguientes operaciones:

$$a) 8\sqrt{2} - \sqrt{8}$$

$$b) 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$$

$$c) \frac{\sqrt[4]{4a^2b^2}}{\sqrt[6]{2a^2b^3}}$$

$$d) \frac{\sqrt{3\sqrt{4a^8}}}{\sqrt[4]{4}}$$

$$e) \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$f) \left(\sqrt[5]{2^3}\right)^{10}$$

$$g) 3\sqrt{a} + \sqrt{25a^3}$$

$$h) \sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{27})$$

$$i) \sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{a^7}$$

$$j) \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{2\sqrt{x}}}$$

$$k) \sqrt[3]{16} + \sqrt{16} - 5 \cdot \sqrt[3]{2}$$

$$l) \frac{\sqrt[3]{4a^2} \cdot \sqrt[6]{140a^5}}{\sqrt[9]{20b^{15}a^3}}$$

$$m) \sqrt{64a^3} - 5\sqrt{400a} + 2a\sqrt{4a}$$